УДК 621.311

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА, ПРИМЕНЯЕМОГО ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С.В. Голдаев

Томский политехнический университет
Тел.: (382-2)-56-40-10

Описан вариант реализации метода интенсивностей переходов (марковских процессов), применяемого для нестационарного анализа надежности технических систем, основанный на численном решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрены примеры анализа надежности теплоэнергетического оборудования.

Нестационарный анализ надежности различных технических систем на базе марковских процессов применяется достаточно часто [1, 2], например, при исследовании надежности различных энергетических установок [3, 4], технологических схем котельных [5], водопроводных сооружений [6], тепловых сетей [7].

При описании работы энергетических установок марковским процессом, каждое из возможных состояний определяется предшествующими состояниями ее элементов и зависит от времени [1, 2]. Такой подход возможен только в том случае, если для каждого момента времени вероятность любого состояния в будущем зависит только от состояния системы в данный момент и не зависит от того, каким путем система пришла в это состояние. Как правило, данный метод используется в предположении экспоненциальных законов определения времени работы и восстановления с постоянными интенсивностями отказов λ_i = const и восстановлений μ_i = const. Предварительно разрабатываются функционально-струк-

турные связи в виде графа состояний и переходов системы из одного состояния в другое. Затем составляется система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) баланса вероятностей достижимых состояний, которая называется системой Колмогорова-Чепмена. Поскольку число возможных состояний системы равно $G_n = 2^n$ (n – количество элементов), то даже при малом n число состояний G становится очень большим. Уменьшение G достигается применением блочных схем, когда энергетическая установка представляется в виде последовательно соединенных блоков, каждый из которых содержит однотипные элементы [3–7].

В упомянутых выше примерах решение подобных задач Коши получено аналитическими методами. Например, при выводе в [7] формулы для расчета основного показателя надежности тепловых сетей учитывались только интенсивности отказов. Каждое из ОДУ такой системы являлось уравнением с разделяющимися переменными, интегрирование которого не вызывало затруднений. В работах [1, 4–6] принимались во внимание интенсивности восстановлений отказавших элементов. Для решения системы Колмогорова-Чепмена, содержащей 3–5 линейных ОДУ, применялось преобразование Лапласа [8].

Таким образом, в случае высокого порядка системы Колмогорова-Чепмена приходится каждый раз получать аналитические зависимости, что предполагает умение пользоваться преобразованием Лапласа. Однако не все учебные программы подготовки бакалавров предусматривают изучение этого эффективного метода.

Цель настоящей статьи заключается в описании опыта решения подобных задач, основанного на использовании численного метода интегрирования задачи Коши [9].

В [4] рассмотрен расчет показателей надежности энергоблока, состоящего из котла и турбоагрегата, структурная схема которого приведена на рис. 1, *а*. Интенсивности отказов элементов λ_1 и λ_2, интенсивности их восстановлений μ_1 и μ_2.

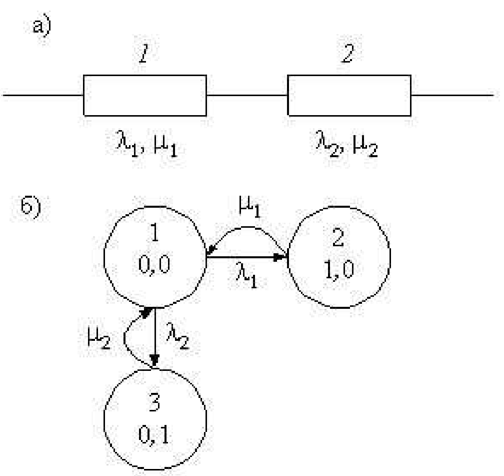


Рис. 1. *Структурная схема (а) и граф состояний (б) системы из двух элементов*

В данной системе два блока, в каждом блоке по два элемента. Число состояний – $G_n=2^n=4$. Число состояний блоков – 4. Достижимые состояния системы следующие: {1}={0,0,1}; {2}={1,0,0}; {3}={0,1,0}. Четвертое состояние {4} = {1,1,0} - недостижимо. Граф достижимых состояний системы и интенсивности переходов приведены на рис. 1, *б*.

Математическая постановка задачи, описывающая вероятности возможных состояний, имела вид:

$$dP_1(t)/dt = -(\lambda_1+\lambda_2)P_1(t)+\mu_1 P_2(t)+\mu_2 P_3(t),$$
$$dP_2(t)/dt = \lambda_1 P_1(t) - P_2(t), \qquad (1)$$
$$dP_3(t)/dt = \lambda_2 P_1(t) - \mu_2 P_3(t).$$

Начальные условия записывались так:

$$t=0:\ P_1=1,\ P_2=0,\ P_3=0. \qquad (2)$$

Здесь P_1, P_2, P_3 – вероятности состояний системы, связанные условием нормировки [4]

$$P_1(t)+P_2(t)+P_3(t)=1.$$

Поскольку работоспособным является только первое состояние, то система решается относительно $P_1(t)$.

Аналитическое выражение для $P_1(t)$, полученное в [4] с помощью преобразования Лапласа, имело следующий вид:

$$P_1(t)=\frac{\mu_1\mu_2}{s_1 s_2}\{1+\frac{1}{s_1-s_2}[s_2\exp(s_1 t)-s_1\exp(s_2 t)]\}+$$
$$+\frac{\mu_1+\mu_2}{s_1-s_2}[\exp(s_1 t)-\exp(s_2 t)]+ \qquad (3)$$
$$+\frac{1}{s_1-s_2}[s_1\exp(s_1 t)-s_2\exp(s_2 t)],$$

где

$$s_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q},\quad p=\frac{\lambda_1+\lambda_2+\mu_1+\mu_2}{2},$$
$$q=\lambda_1\cdot\mu_2+\mu_1\cdot\mu_2+\lambda_2\cdot\mu_1.$$

Из найденного решения следует, что при t=0, $P_1(t)$=1, а для $t\to\infty$, $P_1(t)=\mu_1\mu_2/q$. Для данного варианта значений интенсивностей отказов и восстановлений значение коэффициента готовности k_G, который характеризует заложенную способность обеспечения непрерывной работы при правильном использовании и обслуживании установки, равно вероятности P_1.

Как видно из (3), аналитическая формула и входящие в нее параметры достаточно громоздки, так что параметрический анализ по полученным выражениям все равно требует использования персонального компьютера (ПК).

Для получения оценки вероятности отказа при выводе в ремонт оборудования отопительных котельных, определения вероятности безаварийного прохождения зимнего максимума нагрузок, в работе [5] была рассмотрена эквивалентная трехэлементная последовательно-параллельная (в смысле надежности) схема. Параллельные элементы 2 и 3

на рис. 2, *а* отражают процессы, связанные с взаимным резервированием исходной схемы, а последовательный элемент 1 – отказы в технологической цепи производства тепловой энергии при отказе любого расчетного элемента этой цепи.

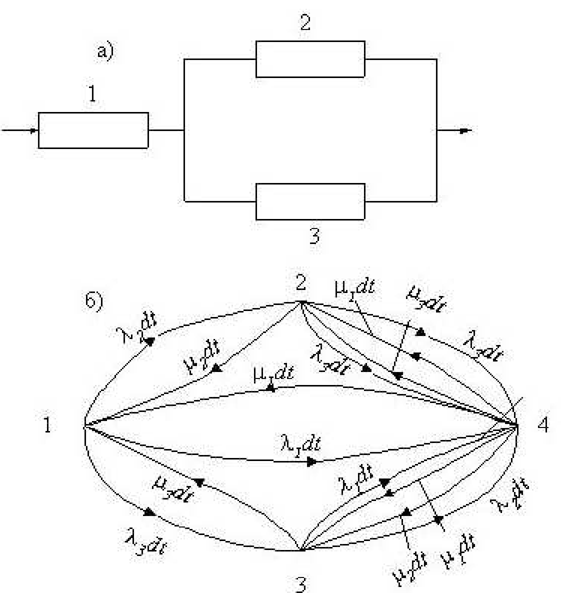


Рис. 2. *Общая схема установки: а) базовые блоки котельной; б) граф состояния*

Направленный граф состояний эквивалентной схемы котельной показан на рис. 2, *б*. Вершинам этого графа соответствуют возможные состояния системы – 1, 2, 3, 4, а ребрам – непосредственные переходы из одного состояния в другое. Система может находиться в одном из следующих состояний:

1 – система работоспособна, все элементы исправны;
2 – отказал элемент 2, элементы 1 и 3 исправны;
3 – отказал элемент 3, элементы 1 и 2 исправны;
4 – система неработоспособна, отказал либо элемент 1, либо один из параллельных элементов во время восстановления другого.

В каждом состоянии в момент времени t система может находиться с вероятностью $P_i(t)$, а переход из одного состояния в другое происходит с интенсивностью отказов или восстановлений. Для описания такого процесса, происходящего в системе с дискретными состояниями и непрерывным временем, использовались уравнения Колмогорова-Чепмена.

Вероятности состояния рассматриваемой системы (рис. 2) описывались следующей системой линейных ОДУ

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)P_1(t)+\mu_2P_2(t)+\mu_3P_3(t)+\mu_1P_4(t);$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_2P_1(t)-(\lambda_1+\lambda_3+\mu_2)P_2(t)+(\mu_1+\mu_3)P_3(t);$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_3P_1(t)-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)P_3(t)+(\mu_1+\mu_2)P_4(t);$$

$$\frac{dP_4(t)}{dt} = \lambda_1P_1(t)+(\lambda_2+\lambda_3)P_2(t)+ \quad (4)$$

$$+(\lambda_1+\lambda_2)P_3(t)-3(\mu_1+\mu_2+\mu_3)P_4(t).$$

Начальные условия при $t = 0$ и $P_2 = 0$ имеют вид:

1) P_1=1, P_3=0, P_4=0;
2) P_1=0, P_3=1, P_4= 0;
3) P_1=0, P_3=0, P_4=1.

При численном решении систем типа (1), (4) программы содержат два основных блока. Один из них предназначен для вычисления правых частей дифференциальных уравнений. Другой блок – для реализации одношагового или многошагового алгоритма, с произвольным числом уравнений. Например, в [10] описан метод Рунге-Кутта интегрирования систем ОДУ и приведен листинг программы в среде "*Turbo Pascal*" численного решения задачи Коши. Тестирование этой программы осуществлено путем решения системы (1) с использованием аналитической зависимости (3). При модификации программы для интегрирования системы (4) были набраны новые значения констант λ_i, μ_i и операторов, осуществляющих вычисления правых частей ОДУ. Сравнение полученных результатов с аналитическими данными из работы [5] показало их хорошее количественное соответствие (погрешность в пределах 1 %).

Таким образом, для повышения эффективности использования метода анализа надежности технических систем, основанного на теории марковских процессов, целесообразно научить пользователей эксплуатировать и изменять при необходимости программу, реализующую численный метод интегрирования системы ОДУ.

Аналогичная методология осуществляется при обучении проведения расчетов в среде *Mathcad*. Так, в [11] описаны встроенные функции, которые позволяют решать поставленную задачу Коши тремя численными методами, два из которых представляют модификации алгоритма Рунге-Кутта.

Приобретенный опыт будет полезным и при осуществлении математического моделирования тепло-массообменных процессов в различных системах промышленной теплоэнергетики представляющих собой задачи Коши. Например, установок испарительного охлаждения воды [12], поршневых компрессоров [13], эволюции параметров дымового факела [14], прямоточных распылительных аппаратов, служащих для охлаждения дымовых газов, улавливания пыли [15] и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Червоный А.А., Лукьященко В.И., Котин Л.В. Надежность сложных систем. – М.: Машиностроение, 1972. – 304 с.
2. Диллон Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 318 с.
3. Клемин А.И. Расчет надежности ядерных энергетических установок. Марковская модель. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 207 с.
4. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС: Учебное пособие для вузов / Г.П. Гладышев, Р.З. Аминов, В.З. Гуревич и др. - Под ред. А.И. Андрющенко. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.
5. Иванов Ю.М., Чумакова С.В. К вопросу оценки надежности технологических схем котельных // Известия вузов: Энергетика. – 1982. – № 5. – С. 57–61.
6. Ильин Ю.А. Надежность водопроводных сооружений и оборудования. – М.: Стройиздат, 1985. – 240 с.
7. Ионин А.А. Надежность систем тепловых сетей. – М.: Стройиздат, 1989. – 268 с.
8. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости: Учебное пособие. – М.: Наука, 1981. – 303 с.
9. Турчак Л.И. Основы численных методов. Учебное пособие. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
10. Голдаев С.В., Ляликов Б.А. Основы математического моделирования в теплотехнике: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 1999. – 106 с.
11. Кирьянов Д.В. Самоучитель Mathcad 2001. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 544 с.
12. Теплоиспользующие установки промышленных предприятий / Под ред. О.Т. Ильченко. – Харьков: Вища школа, 1985. – 384 с.
13. Поршневые компрессоры / Б.С. Фотин, И.Б. Пирумов и др. – Л.: Машиностроение, 1987. – 372 с.
14. Волков Э.П., Гаврилов Е.И., Зубков П.Т., Фадеев С.А. Математическое моделирование подъема дымового факела в атмосфере // Известия вузов. Энергетика. – 1986. – № 9. – С. 87–89.
15. Галустов В.С. Прямоточные распылительные аппараты в теплоэнергетике. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 240 с.

УДК 621.384.6:539.12.04